



Столыпинский
вестник

Научная статья

Original article

УДК 69

АНАЛИЗ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЦЕПЯХ ПЕРВОГО ПОРЯДКА В СРЕДЕ MATLAB

ANALYSIS OF TRANSIENTS IN FIRST-ORDER CIRCUITS IN MATLAB

Воронцов Кирилл Константинович, студент, Национальный исследовательский университет "Московский энергетический институт" (МЭИ), г.Москва

Vorontsov Kirill Konstantinovich, student, National Research University "Moscow Power Engineering Institute" (MPEI), Moscow

Аннотация: Несмотря на быстротечность переходных процессов, нельзя не отметить их влияния на работу электрического оборудования. Эти проявления могут вызвать неприятные последствия, начиная от незначительного повышения электрических параметров цепи и искажения управляющих сигналов и заканчивая отказом оборудования и невозможностью передачи управляющих воздействий. Поэтому имеется необходимость изучения переходных процессов. В данной статье рассматриваются переходные процессы в цепи первого порядка в программной среде MATLAB. Устанавливается время протекания переходного процесса, определяется зависимость длительности переходного процесса от места возникновения коммутации.

Abstract: Despite the transience of transients, it is impossible not to note their influence on the operation of electrical equipment. These manifestations can cause unpleasant consequences, ranging from a slight increase in the electrical parameters of the circuit and distortion of control signals and ending with equipment failure and the inability to transmit control actions. Therefore, there is a need to study transients. This article discusses transients in the first-order chain in the MATLAB software environment. The time of the transition process is set, the dependence of the duration of the transition process on the location of the commutation is determined.

Ключевые слова: переходный процесс, коммутация, дифференциальное уравнение, начальные условия, постоянная времени.

Keywords: transient process, commutation, differential equation, initial conditions, time constant.

В процессе эксплуатации разветвленных электрических сетей возникают большое количество ситуаций, которые могут быть восприняты как внештатные. Некоторые из них могут возникать как под действием природных явлений (гроза, аномально низкая или аномально высокая температура, сильный ветер и др.), техногенных влияний (электротранспорт, мощные нагрузки промышленного комплекса, ввод или вывод электрооборудования и др.), так и в результате человеческих ошибок (некачественный ремонт введенного в эксплуатацию оборудования, ошибки в переключениях, недосмотр за нагрузкой электрической сети и др.). Эти факторы могут повлечь за собой как незначительные изменения режима в электрической сети, так и опасные ситуации, которые приводят к нарушению функционирования электрооборудования, что является причиной появления ненадежной и небезопасной работы системы.

Названные выше ситуации сопровождаются изменением протекания процесса в электрической сети. В электротехнике данное явление получило название переходного процесса. Под переходным процессом понимают процесс перехода от одного режима работы электрической цепи (обычно

периодического) к другому (обычно также периодическому), чем-либо отличающемуся от предыдущего, например амплитудой, фазой, формой или частотой, действующей в схеме ЭДС, значениями параметров схемы, а также вследствие изменения конфигурации цепи [1, с. 226]. В данной статье будет рассматриваться изменение параметров тока и напряжения.

Немаловажным при изучении переходных процессов является не только величина изменения параметров сети, но и длительность протекания процесса. Ведь чем быстрее завершится переходный процесс, тем меньше негативных последствий обнаружатся в электрической сети. В представленной статье также будет устанавливаться зависимость длительности процесса от места возникновения коммутации - процесса замыкания или размыкания рубильников или выключателей [1, с. 226].

Расчет переходных процессов может быть выполнен следующими методами: классический метод, операторный метод, метод расчета путем применения интеграла Дюамеля. Каждый из представленных методов широко применяется на практике, обладают своими особенностями и областями применения. Поскольку в статье анализ производился в системе MATLAB (использовалась демонстрационная версия программы), то и выбор метода расчета осуществлялся в соответствии с возможностями программной среды. Так как MATLAB может решать дифференциальные уравнения, то выбор метода расчета переходных процессов был сделан в пользу классического метода [1, 343-345], [2, с. 354-359].

Классический метод расчета переходного процесса сводится к решению дифференциального уравнения, ответ которого представляется в виде суммы принужденного и свободного решений (или суммы принужденной и свободной составляющих). Определение постоянных интегрирования, входящих в выражение для свободного тока (напряжения), производят путем совместного решения системы линейных алгебраических уравнений по известным значениям корней характеристического уравнения, а также по

известным значениям свободной составляющей тока (напряжения) и ее производных, взятых при $t = 0_+$ [1, с. 247]. Анализ классического метода более подробно изложен в [1, с. 247-249], [2, с. 354-361].

Задавшись средой проведения анализа и методом, приступим к составлению схемы и выбору ее параметров. Поскольку в рассматриваемой статье указывается в качестве объекта исследования цепь первого порядка, то в ней должен быть один реактивный элемент. Пусть это будет емкость (конденсатор). Добавим к ней несколько активных сопротивлений (резисторов), которые будут находиться по разные стороны от выбранной емкости. В качестве источника возьмем источник постоянного напряжения. Установим места в схеме, где будет производиться коммутация. Для этого на схеме места установки ключей обозначим цифрами от 1 до 4 (см. рис. 1). Замыкание их производится следующим образом: сначала функционирует только ключ №1, остальные - замкнуты; затем функционирует только ключ №2, ключ №1 разомкнут, ключи №3 и №4 замкнуты; затем функционирует только ключ №3, ключ №1 разомкнут, ключи №2 и №4 замкнуты; и последнее моделирование заключается в функционировании ключа №4, ключ №1 разомкнут, ключи №2 и №3 замкнуты. Исследуемая схема представлена на рисунке 1. Параметры представленной схемы: $E = 150$ В, $R_1 = R_2 = R_3 = 50$ Ом, $C = 100$ мкФ.

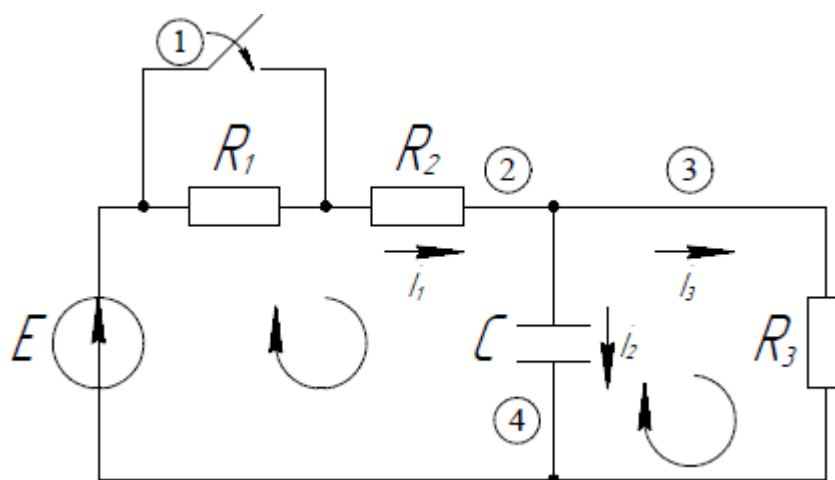


Рисунок 1. Исходная схема

Источник: составлено автором

Поскольку расчёт будет производиться в программной среде MATLAB с использованием команды **diff** для решения дифференциального уравнения, нужно установить вид самого дифференциального уравнения и начальные условия [3, с. 15-16]. Для этого воспользуемся законами Кирхгофа для послекоммутиционной цепи, а также вторым законом коммутации [1, с. 231].

Согласно законам Кирхгофа:

$$\begin{cases} i_1(t) = i_2(t) + i_3(t); \\ i_1(t) \cdot R_2 + u_C(t) = E; \\ i_3(t) \cdot R_3 - u_C(t) = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Выполним некоторые преобразования для данной системы.

$$\begin{cases} i_1(t) = C \cdot \frac{du}{dt} + i_3(t); \\ i_1(t) = \frac{E - u_C(t)}{R_2}; \\ i_3(t) = \frac{u_C(t)}{R_3}. \end{cases} \quad (2)$$

В результате получается следующее дифференциальное уравнение первого порядка:

$$\frac{E - u_C(t)}{R_2} = C \cdot \frac{du}{dt} + \frac{u_C(t)}{R_3}. \quad (3)$$

Дифференциал оставим слева, а все остальное отправим в правую часть. Окончательный вид уравнения следующий:

$$\frac{du}{dt} = \frac{\frac{E - u_C(t)}{R_2} - \frac{u_C(t)}{R_3}}{C}. \quad (4)$$

Найдем решение данного уравнения. Для этого обратимся к системе MATLAB, где воспользуемся командами **diff** и **solve** для решения уравнения

[4, с. 341]. Ход решения представим в виде текста кода из командного окна MATLAB.

```
>> %Определение параметров в цепи первого порядка при протекании
переходного процесса
```

```
>> %Исследование переходного процесса в цепи первого порядка
```

```
>> %Решение будет проводиться символьно, после чего будут
определены числовые коэффициенты
```

```
>> syms E R1 R2 R3 C uC(t) i1(t) i2(t) i3(t)
```

```
>> eqn=diff(uC,t)==(((E-uC)/R2)-(uC/R3))/C;
```

```
>> UC=dsolve(eqn, uC(0)==50);
```

```
>> i3(t)=UC/R3;
```

```
>> i1(t)=(E-UC)/R2;
```

```
>> i2(t)=i1(t)-i3(t);
```

```
>> %Вывод ответа
```

```
>> Answer = [UC; i3(t); i1(t); i2(t)]
```

```
Answer =
```

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\exp(-t*(R2 + R3))}{C*R2*R3} \right) * (50*R2 + 50*R3 - E*R3) + E*R3 / (R2 + R3) \\ & \left(\frac{\exp(-t*(R2 + R3))}{C*R2*R3} \right) * (50*R2 + 50*R3 - E*R3) + E*R3 / (R3*(R2 + R3)) \\ & \left(E - \left(\frac{\exp(-t*(R2 + R3))}{C*R2*R3} \right) * (50*R2 + 50*R3 - E*R3) + E*R3 \right) / (R2 + R3) \\ & \left(E - \left(\frac{\exp(-t*(R2 + R3))}{C*R2*R3} \right) * (50*R2 + 50*R3 - E*R3) + E*R3 \right) / (R2 + R3) / R2 \\ & - \left(\frac{\exp(-t*(R2 + R3))}{C*R2*R3} \right) * (50*R2 + 50*R3 - E*R3) + E*R3 / (R3*(R2 + R3)) \end{aligned}$$

```
>> %Подстановка численных параметров в полученные выражения
```

```
>> E=150; R1=50; R2=50; R3=50; C=100*10^(-6);
```

```
>> Value=[(exp(-t*(R2 + R3))/(C*R2*R3))*(50*R2 + 50*R3 - E*R3) +
E*R3/(R2 + R3);(exp(-t*(R2 + R3))/(C*R2*R3))*(50*R2 + 50*R3 - E*R3) +
E*R3/(R3*(R2 + R3));(E - (exp(-t*(R2 + R3))/(C*R2*R3))*(50*R2 + 50*R3 -
E*R3) + E*R3)/(R2 + R3)/R2;(E - (exp(-t*(R2 + R3))/(C*R2*R3))*(50*R2 +
```

$$50 \cdot R_3 - E \cdot R_3) + E \cdot R_3 / (R_2 + R_3) / R_2 - (\exp(-t \cdot (R_2 + R_3)) / (C \cdot R_2 \cdot R_3)) \cdot (50 \cdot R_2 + 50 \cdot R_3 - E \cdot R_3) + E \cdot R_3 / (R_3 \cdot (R_2 + R_3))]$$

Value =

$$75 - 25 \cdot \exp(-400 \cdot t)$$

$$3/2 - \exp(-400 \cdot t) / 2$$

$$\exp(-400 \cdot t) / 2 + 3/2$$

$$\exp(-400 \cdot t)$$

В результате получили напряжение на конденсаторе u_C , токи i_1, i_2, i_3 в функции от времени. Теперь можно переходить к построению графиков. Это можно осуществить при помощи ввода команды **plot(X,Y)** [5, с. 279-279] в командное окно MATLAB, либо воспользоваться возможностями SIMULINK и произвести моделирование с выводом графиков на дисплей осциллографа (Scope). В данной работе будет представлен второй способ отображения требуемых параметров в функции от времени.

Элементы библиотеки SIMULINK, используемые при моделировании представлены в таблице 1.

Таблица 1. Элементы для проводимого моделирования

Наименование элемента	Место в библиотеке SIMULINK	Вводимые параметры	Величина параметра
Series RLC Branch (активное сопротивление)	Simscape/SimPowerSystems/ Specialized Technology/ Fundamental Blocks/Elements	Branch Type	R
		Resistance (Ohms)	50
Series RLC Branch (конденсатор)	Simscape/SimPowerSystems/ Specialized Technology/ Fundamental Blocks/Elements	Branch Type	C
		Capacitance (F)	100e-6
DC Voltage Source	Simscape/SimPowerSystems/ Specialized Technology/ Fundamental Blocks/ Electrical Sources	Amplitude (V)	150
Voltage Measurement	Simscape/SimPowerSystems/ Specialized Technology/ Fundamental Blocks/Measurements	-	-
Current Measurement	Simscape/SimPowerSystems/ Specialized Technology/ Fundamental Blocks/Measurements	-	-
Display	Simulink/Sinks	-	-
Scope	Simulink/Sinks	-	-
Ideal Switch	Simscape/SimPowerSystems/ Specialized Technology/	Snubber capacitance Cs (F)	0
		Show measurement Port	снять отметку

	Fundamental Blocks/ Power Electronics		
Step	Simulink/Sources	Step time	0,0025
		Initial value	0
		Final value	1
		Sample time	0
Powergui	Simscape/SimPowerSystems/ Specialized Technology/ Fundamental Blocks	Use ideal switching devices	поставить отметку

Источник: анализ автора

Соединяем элементы и получаем схему (рис. 2). Устанавливаем время моделирования (Simulation stop time) - 0,4 с и запускаем процесс (Run). Результат проведенного моделирования будет представлен в виде графиков осциллографа.

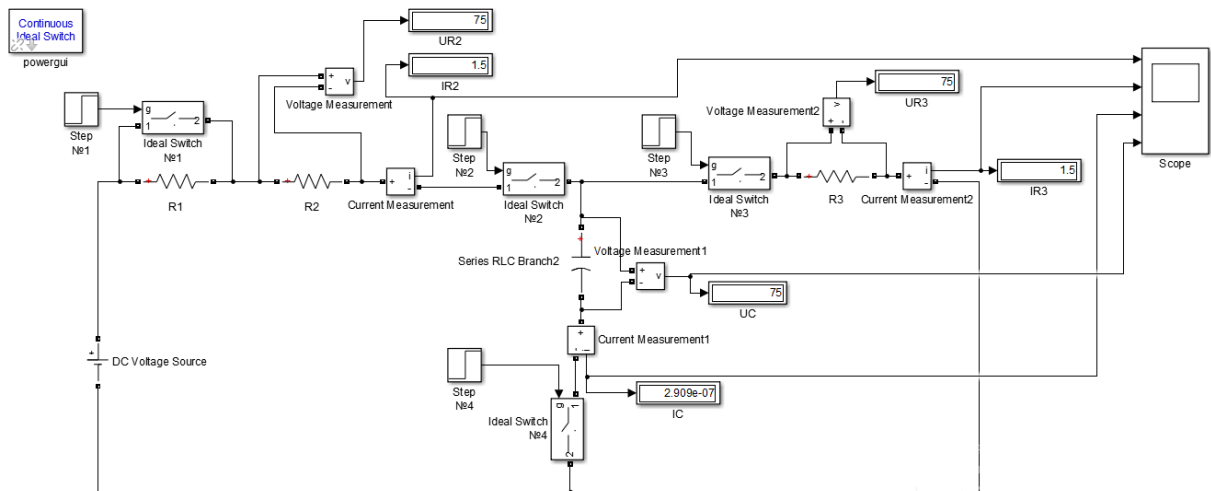


Рисунок 2. Моделирование переходного процесса для первого случая

Источник: составлено автором

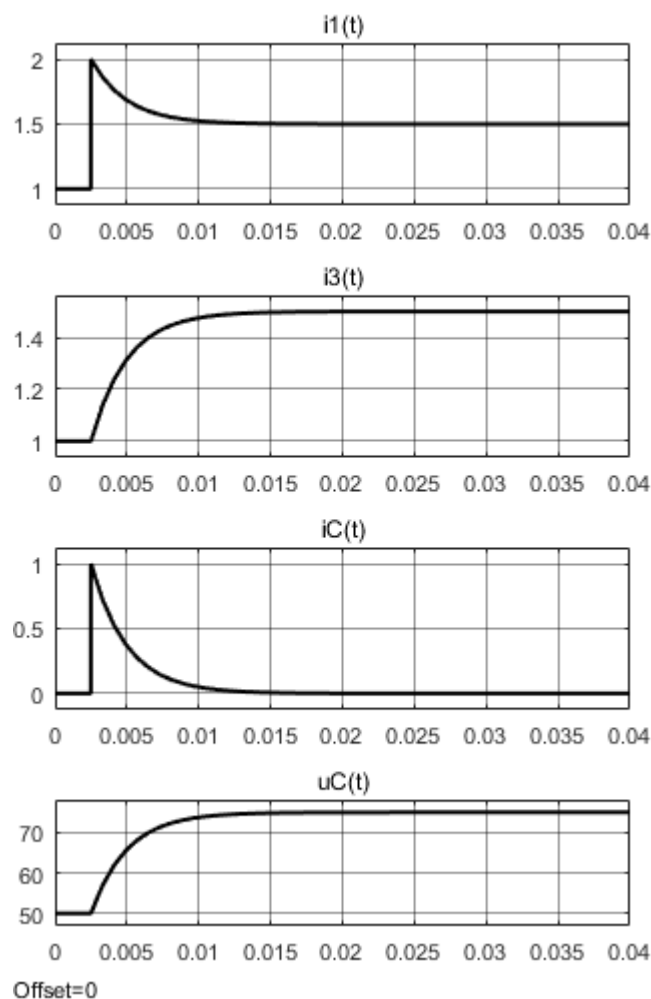


Рисунок 3. Параметры в функции от времени для первого случая

Источник: составлено автором

Как видно из графиков, с 0 до 0,0025 с в цепи имеется установившийся режим, который характеризуется докоммутационным состоянием цепи. Затем в момент времени 0,0025 с срабатывает ключ, в результате чего в цепи возникает переходный процесс. Его окончание происходит примерно через $(3-4) \cdot \tau$, где τ - постоянная времени, численно равная $1/|p|$. Поэтому для представленного случая переходный процесс завершится примерно через 0,0075-0,01 с после замыкания ключа. Однако по графикам видно, что процесс окончательно не затухает спустя 0,01 с после замыкания ключа. Поэтому воспользовавшись возможностями SIMULINK, уточним время протекания переходного процесса. Для этого воспользуемся **Cursor Measurements** при работе с осциллографом (Scope). Установим один курсор на графике,

соответствующий моменту до замыкания ключа (например, для $i_1(t)$ станет точка с координатами $[0; 1]$), а второй курсор - в месте, где величина тока характеризует установившийся режим после коммутации. Это можно представить в виде рис. 4.

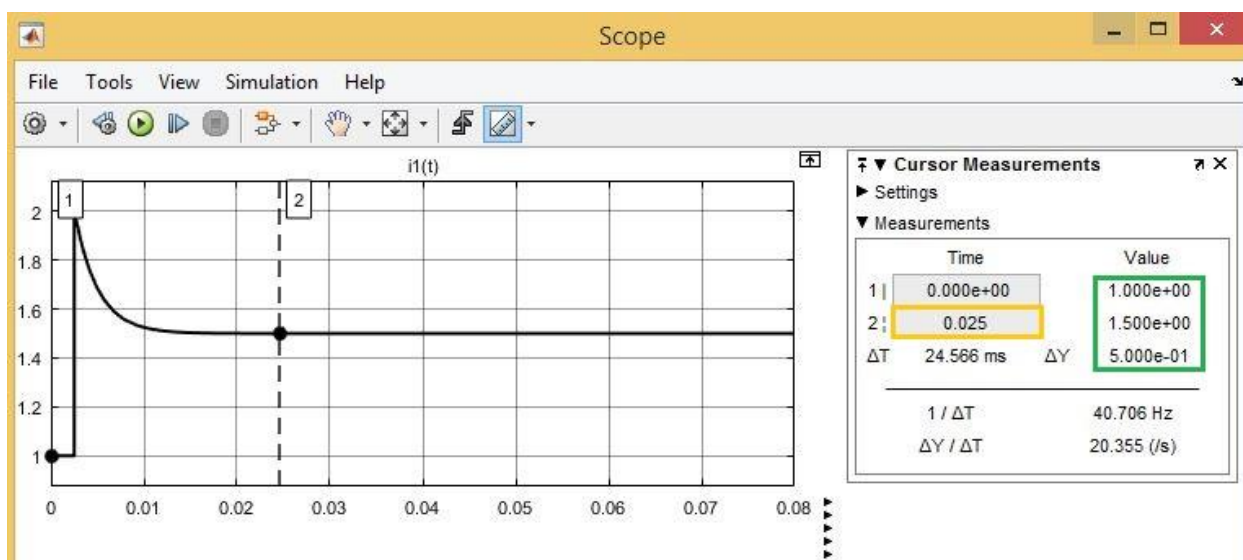


Рисунок 4. Определение длительности протекания переходного процесса

Источник: составлено автором

В результате получается, что после 0,025 с после начала моделирования возникнет установившийся режим. Но необходимо отметить, что переходный процесс начинается после 0,0025 с (так как ключ замыкается в этот момент времени), поэтому длительность переходного процесса будет составлять $0,025 - 0,0025 = 0,0225$ с.

После того, как были определены параметры, характеризующие цепь после коммутации первого ключа, необходимо проделать аналогичные операции для определения тех же параметров, но при коммутации других ключей. Результат проведенного вычисления будет представлен в таблицах 2 и 3.

Таблица 2. Параметры электрической схемы в функции от времени

Пара - метр ы	Ключ			
	№1	№2	№3	№4
$i_1(t)$	$\exp(-400 \cdot t)/2 + 3/2$	$\exp(-300 \cdot t)/2 + 1$	$1 - \exp(-300 \cdot t)$	$\exp(-300 \cdot t)/2 + 1$
$i_3(t)$	$3/2 - \exp(-400 \cdot t)/2$	$1 - \exp(-300 \cdot t)$	$2 \cdot \exp(-300 \cdot t) + 1$	$1 - \exp(-300 \cdot t)$
$i_C(t)$	$\exp(-400 \cdot t)$	$(3 \cdot \exp(-300 \cdot t))/2$	$-3 \cdot \exp(-300 \cdot t)$	$(3 \cdot \exp(-300 \cdot t))/2$
$u_C(t)$	$75 - 25 \cdot \exp(-400 \cdot t)$	$50 - 50 \cdot \exp(-300 \cdot t)$	$100 \cdot \exp(-300 \cdot t) + 50$	$50 - 50 \cdot \exp(-300 \cdot t)$

Источник: составлено автором

Таблица 3. Продолжительность переходного процесса

Замы - кани е ключ а	Время от начала моделирования до установившегося режима в послекоммутационной цепи, с				Момент замыкания ключа, с	Продолжительность переходного процесса, с	
						$(3 \div 4) \cdot \tau$	экспериментально
	i_1	i_3	i_C	u_C			
№1	0,025	0,029	0,032	0,026	0,0025	0,0075 ÷ 0,01	0,0225 ÷ 0,0295
№2	0,027	0,037	0,035	0,034		0,01 ÷ 0,0133	0,0245 ÷ 0,0345
№3	0,037	0,031	0,037	0,037		0,01 ÷ 0,0133	0,0285 ÷ 0,0345
№4	0,033	0,038	0,038	0,033		0,01 ÷ 0,0133	0,0305 ÷ 0,0355

Источник: составлено автором

Оценивая результаты моделирования, можно заметить, что длительность переходного процесса зависит от места возникновения коммутации в цепи, имеющей одинаковый состав элементов на протяжении всего исследования. Как оказалось, чем ближе место коммутации к реактивному элементу в электрической цепи, тем длительнее будет наблюдаться переходный процесс в рассматриваемой цепи. Так при коммутации ключа №1 переходный процесс завершится на 0,007 с (в среднем) быстрее, чем в случае коммутации непосредственно в ветви с конденсатором. Для человеческого глаза такие доли секунды заметить невозможно, но для высокочувствительной электрической аппаратуры даже такое небольшое расхождение может оказать влияние на дальнейшую надежную и безопасную работу как оборудования, так и всей системы в целом.

Изучение переходных процессов является важным моментом в эксплуатации электрических сетей, в процессе их проектирования. Полученная информация позволяет настроить работу электрического оборудования, подобрать новую аппаратуру, если находящееся в эксплуатации не соответствует требованиям безопасности и надежности. Данные по переходным процессам также помогут отстроить действие механизмов защиты, которые будут функционировать при возникновении резких изменений параметров электроэнергетического режима.

Литература:

1. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи : учебник / Л. А. Бессонов. - 11-е изд., перераб. и доп. - М.: Гардарики, 2007. - 701 с. ISBN 5-8297-0046-8.
2. Зевеке Г. В. Основы теории цепей. Учебник для вузов / Г. В. Зевеке, П. А. Ионкин, А. В. Нетушил, С. В. Страхов. - изд. 4-е, переработанное. - М.: Энергия, 1975. - 752 с.
3. Фриск В. В. Компьютерный анализ переходных процессов в электрических цепях с помощью MATLAB. Учебно-методическое

пособие / В. В. Фриск, В. И. Ганин, А. Г. Степанова. - М.: СОЛОН-Пресс, 2019. - 42 с. ISBN 978-5-91359-370-2.

4. Фриск В. В. Применение пакета MATLAB и SIMULINK для анализа электрических цепей. Том 1. Практикум / В. В. Фриск, В. И. Ганин, А. Г. Степанова. - М.: СОЛОН-Пресс, 2022. - 400 с. ISBN 978-5-91359-416-7.
5. Дьяконов В. П. MATLAB. Полный самоучитель. / В. П. Дьяконов. - М.: ДМК Пресс, 2012. - 768 с.: ил. ISBN 978-5-94074-652-2.

Literature:

1. Bessonov L. A. Theoretical foundations of electrical engineering. Electrical circuits : textbook / L. A. Bessonov. - 11th ed., reprint. and additional - М.: Gardariki, 2007. - 701 p. ISBN 5-8297-0046-8.
2. Zeveke G. V. Fundamentals of the theory of circuits. Textbook for universities / G. V. Zeveke, P. A. Ionkin, A.V. Netushil, S. V. Strakhov. - ed. 4th, revised. - М.: Energy, 1975. - 752 p.
3. Frisk V. V. Computer analysis of transients in electrical circuits using MATLAB. Educational and methodical manual / V. V. Frisk, V. I. Ganin, A. G. Stepanova. - М.: SOLON-Press, 2019. - 42 p. ISBN 978-5-91359-370-2.
4. Frisk V. V. Application of the MATLAB and SIMULINK package for the analysis of electrical circuits. Volume 1. Practicum / V. V. Frisk, V. I. Ganin, A. G. Stepanova. - М.: SOLON-Press, 2022. - 400 p. ISBN 978-5-91359-416-7.
5. Dyakonov V. P. MATLAB. Complete tutorial. / V. P. Dyakonov. - М.: ДМК Пресс, 2012. - 768 p.: ill. ISBN 978-5-94074-652-2.

© *Воронцов К.К. Научный сетевой журнал «Столтыпинский вестник», номер 5/2022.*

Для цитирования: Воронцов К.К. АНАЛИЗ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЦЕПЯХ ПЕРВОГО ПОРЯДКА В СРЕДЕ MATLAB // Научный сетевой журнал «Столтыпинский вестник», номер 5/2022.